www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۹ صبح**	مدت امتحان : **۱۴۰** دقیقه
سال سوم متوسطه		**تاریخ امتحان :**	**۱۳۸۹/۶/۴**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	آیا توابع g,f با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{(x+۲)^۲(x-۳)}$, $g(x)=\lvert x+۲\rvert\sqrt{x-۳}$ با هم مساویند ؟ چرا ؟	۱
۲	دو تابع $f(x)=۳x-a$ و $g(x)=ax+۳b$ را در نظر بگیرید ، مقادیر b,a را به گونه ای بیابید که $(fog)(x)=۳x-۱۰$ باشد.	۱
۳	اگر باقی مانده‌ی تقسیم چند جمله ای $p(x)$ بر x مساوی ۲ و بر $x+۲$ مساوی ۱ باشد ، باقی مانده‌ی تقسیم $p(x)$ بر $x^۲+۲x$ را به دست آورید.	۱
٤	f تابعی یک به یک است و $f^{-۱}$ معکوس f است ، اگر h تابعی معکوس پذیر باشد ، ضابطه‌ی تابع معکوس $h(x)=۱-۲f(۲-۳x)$ را بیابید.	۱
۵	عبارت مقابل را به حاصل ضرب تبدیل کنید. $A=۲\cos x+\sqrt{۳}$	۰/۷۵
٦	جاهای خالی را با عبارت های مناسب پر کنید. الف) دوره‌ی تناوب تابع $y=\frac{\frac{۴}{-}\sin ۷x}{\sqrt{۳}+۵\sin ۷x}$ برابر است با $T=\cdots\cdots$. ب) تابعی که هم زوج و هم فرد باشد ، تابع ..... است.	۰/۵
۷	حد توابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x\to ۸}\frac{\sqrt[۳]{x}-۲}{x^۲-۵x-۲۴}$ ب) $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^۲-۲x}-x)$ ج) $\lim_{x\to\frac{\pi}{۲}}\frac{\lvert\cos x\rvert}{x-\frac{\pi}{۲}}$	۲/۷۵
۸	مقادیر b,a را طوری تعیین کنید که تابع f در نقطه $x_۰=۰$ پیوسته باشد. $f(x)=\begin{cases}\frac{\sin^۲x}{۱-\cos x} & x>۰\\ a+۱ & x=۰\\ [x+۲]+b & x<۰\end{cases}$	۱/۲۵
	« ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۹ صبح**	مدت امتحان : **۱۴۰** دقیقه
سال سوم متوسطه		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/۴**	
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۹	معادلات مجانب های قائم و افقی تابع مقابل را در صورت وجود به دست آورید. $y=\frac{۲+x}{۲-\lvert x\rvert}$	۱
۱۰	الف) مشتق توابع زیر را حساب کنید. (ساده کردن الزامی نیست.) $f(x)=۲\sin ۳x+\cos x^{۲}$ $g(x)=\sqrt{x+۱}(۳x+۷)^{۳}$	۱
	ب) ثابت کنید تابع مشتق یک تابع زوج ، تابعی فرد است.	۰/۷۵
۱۱	تابع $y=\frac{ax+۲}{bx+۲}$ مفروض است. الف) ضرایب a,b را چنان بیابید که خطوط $x=۲$ و $y=-۲$ مجانب های آن باشند. ب) معادلات محورهای تقارن تابع $y=\frac{۳x-۲}{۲x+۵}$ را بنویسید.	۱/۵
۱۲	شعاع یک حباب کروی صابون با سرعت $۰/۹\ cm/s$ افزایش می یابد. درلحظه‌ای که شعاع حباب $r_{۰}=۰/۵cm$ است ، آهنگ آنی تغییر حجم حباب را محاسبه کنید.	۱
۱۳	مشتق پذیری تابع $f(x)=\sqrt[۳]{(x-۱)^{۲}}$ را در نقطه‌ی $x_{۰}=۱$ بررسی کنید.	۱
۱۴	جدول تغییرات و نمودار تابع $y=\text{ArcSin}\frac{۱}{x+۳}$ را رسم کنید.	۱/۷۵
۱۵	معادلات خطوط مماس و قائم بر منحنی $xy^{۳}+۳x^{۲}y-۴x=۰$ را در نقطه‌ی $(۱,۱)$ بیابید.	۱/۵
۱۶	با رسم تابع $f(x)=\lvert x+۲\rvert-۳$ مقدار عددی $\int_{-۳}^{۱}f(x)dx$ را تعیین کنید.	۱/۲۵
	« موفق باشید »	جمع نمره ۲۰

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۹ صبح**
سال سوم متوسطه		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/۴**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱	$(x+۲)^۲(x-۳)\geq ۰ \Rightarrow \begin{matrix} x+۲=۰ \Rightarrow x=-۲ \\ x-۳\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۳ \end{matrix} \Rightarrow D_f=[۳,+\infty)\cup\{-۲\}$ (۰/۵) $(x-۳)\geq ۰ \Rightarrow x\geq ۳ \quad D_g=[۳,+\infty)$ (۰/۲۵) $D_f\neq D_g \Rightarrow f(x)\neq g(x)$ (۰/۲۵)	۱
۲	$(fog)(x)=f(g(x))=۳g(x)-a$ (۰/۲۵) $\left.\begin{matrix} =۳(ax+۳b)-a=۳ax+۹b-a \\ (fog)(x)=۳x-۱۰ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \overset{(۰/۲۵)}{۳ax+(۹b-a)=۳x-۱۰} \Rightarrow \begin{matrix} \overset{(۰/۲۵)}{a=۱} \\ ۹b-a=-۱۰ \end{matrix} \Rightarrow \underset{(۰/۲۵)}{b=-۱}$	۱
۳	$p(x)=(x^۲+۲x)\ Q(x)+ax+b$ (۰/۲۵) $p(۰)=۲ \Rightarrow b=۲$ (۰/۲۵) $p(-۲)=۱ \Rightarrow -۲a+۲=۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow R(x)=\frac{۱}{۲}x+۲$	۱
٤	$h(x)=y \rightarrow x=h^{-۱}(y) \quad *$ (۰/۲۵) $y=۱-۲f(۲-۳x) \rightarrow f(۲-۳x)=\frac{۱-y}{۲}$ (۰/۲۵) $\overset{(۰/۲۵)}{\rightarrow ۲-۳x=f^{-۱}(\frac{۱-y}{۲})} \rightarrow x=\frac{۲-f^{-۱}(\frac{۱-y}{۲})}{۳} \quad **$ $\xrightarrow{*,**} h^{-۱}(y)=\frac{۲-f^{-۱}(\frac{۱-y}{۲})}{۳} \rightarrow h^{-۱}(x)=\frac{۲-f^{-۱}(\frac{۱-x}{۲})}{۳}$ (۰/۲۵)	۱
۵	$A=۲(\underset{(۰/۲۵)}{\cos x+\frac{\sqrt{۳}}{۲}})=۲(\cos x+\cos\frac{\pi}{۶})=۴\cos\frac{x+\frac{\pi}{۶}}{۲}\cos\frac{x-\frac{\pi}{۶}}{۲}$ (۰/۵)	۰/۷۵
٦	الف) $\frac{۲\pi}{۷}$ (۰/۲۵) ب) صفر (۰/۲۵)	۰/۵
۷	الف) $\lim_{x\to ۸}\frac{\sqrt[۳]{x}-۲}{(x-۸)(x+۳)}\times\frac{\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴}{\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴}=\lim_{x\to ۸}\frac{(x-۸)}{(x-۸)(x+۳)(\sqrt[۳]{x^۲}+۲\sqrt[۳]{x}+۴)}=\frac{۱}{۱۳۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) ب) $\lim_{x\to-\infty}(\sqrt{x^۲-۲x}-x)=(+\infty)-(-\infty)=+\infty$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۲/۷۵
	« ادامه در صفحه‌ی دوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۹ صبح**
سال سوم متوسطه		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/۴**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

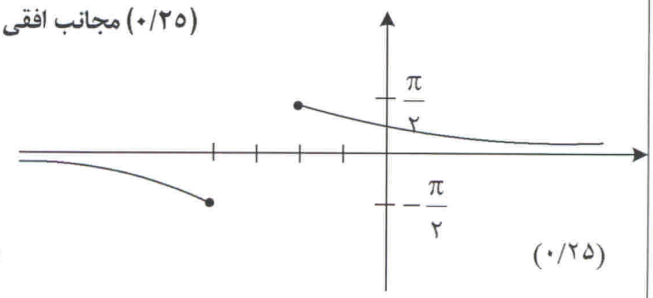
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
	ج) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}\frac{-\cos x}{-(\frac{\pi}{2}-x)}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^+}=\frac{-\sin(\frac{\pi}{2}-x)}{-(\frac{\pi}{2}-x)}=1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{\cos x}{-(\frac{\pi}{2}-x)}=\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-}=\frac{\sin(\frac{\pi}{2}-x)}{-(\frac{\pi}{2}-x)}=-1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) **حد موجود نیست (۰/۲۵)** $\Rightarrow 1\neq -1$	
۸	$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{(1-\cos x)(1+\cos x)}{1-\cos x}=2$ (۰/۵) $f(0)=a+1=2 \Rightarrow a=1$ (۰/۲۵) $\lim\limits_{x\to 0^-}[x+2]+b=\lim\limits_{x\to 0^-}[x]+2+b=-1+2+b=2 \Rightarrow b=1$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
۹	$2-\lvert x\rvert=0 \Rightarrow \lvert x\rvert=2 \Rightarrow$ $x=2$ (۰/۲۵) **مجانب قائم** $x=-2 \Rightarrow \lim\limits_{x\to -2}\frac{2+x}{2-\lvert x\rvert}=\lim\limits_{x\to -2}\frac{2+x}{2+x}=1\neq\infty$ **مجانب قائم نیست** (۰/۲۵) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x}{-\lvert x\rvert}=\mp 1 \Rightarrow y=1 \ , \ y=-1$ (۰/۲۵) **مجانب های افقی**	۱
۱۰	**الف)** $f'(x)=6\cos 3x-2x\sin x^2$ (۰/۵) $g'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x+1}}(3x+7)^3+9\sqrt{x+1}(3x+7)^2$ (۰/۵) **ب)** f' **تابعی فرد است (۰/۲۵)** $\Rightarrow f'(x)=-f'(-x)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow f(x)=f(-x)$ (۰/۲۵) **زوج** f	۱ ۰/۷۵
	« ادامه در صفحه‌ی سوم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۹ صبح**
سال سوم متوسطه		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/۴**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

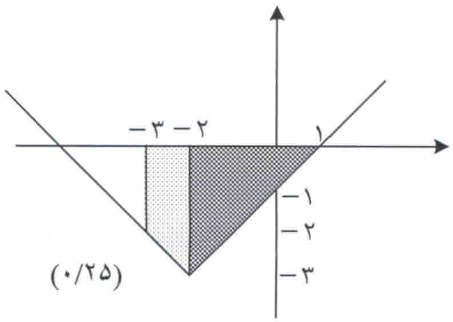
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۱	**الف)** **مجانب قائم** $x=۲ \Rightarrow ۲b+۲=۰ \Rightarrow b=-۱$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) **مجانب افقی** $y=-۲ \Rightarrow \frac{a}{b}=-۲ \Rightarrow a=۲$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) **ب)** $y=-x+\frac{a-d}{c}=-x-۱$ (۰/۲۵) و $y=x+\frac{a+d}{c}=x+۴$ (۰/۲۵)	۱/۵
۱۲	$V=\frac{۴}{۳}\pi r^۳$ (۰/۲۵) , $\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dr}\times\frac{dr}{dt}=۴\pi r^۲\times ۰/۹=۳/۶\pi\times ۰/۲۵=۰/۹\pi$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱
۱۳	$f'(۱)=\lim_{x\to ۱}\frac{\sqrt[۳]{(x-۱)^۲}-۰}{x-۱}=\lim_{x\to ۱}\frac{۱}{\sqrt[۳]{x-۱}}=\begin{cases}\lim_{x\to ۱^+}\frac{۱}{\sqrt[۳]{x-۱}}=\frac{۱}{۰^+}=+\infty\\ \lim_{x\to ۱^-}\frac{۱}{\sqrt[۳]{x-۱}}=\frac{۱}{۰^-}=-\infty\end{cases}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) **(محاسبه یکی از حدود چپ یا راست کافی است)** **f در $x_۰=۱$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)**	۱
۱۴	$\left\|\frac{۱}{x+۳}\right\|\le ۱ \Rightarrow \|x+۳\|\ge ۱ \Rightarrow \begin{cases}x+۳\ge ۱ \Rightarrow x\ge -۲\\ x+۳\le -۱ \Rightarrow x\le -۴\end{cases} \Rightarrow D_f=(-\infty,-۴]\cup[-۲,+\infty)$ (۰/۵) $y'=\frac{\frac{-۱}{(x+۳)^۲}}{\sqrt{۱-\frac{۱}{(x+۳)^۲}}}<۰$ (۰/۲۵) $\lim_{x\to\pm\infty} y=\text{ArcSin}\,۰=۰ \Rightarrow y=۰$ **مجانب افقی (۰/۲۵)** x: $-\infty$ ، -۴ ، -۲ ، $+\infty$ y': — ، — ، — y: ۰ ↘ $-\frac{\pi}{۲}$ ، $\frac{\pi}{۲}$ ↘ ۰ (۰/۵)  (۰/۲۵)	۱/۷۵
	« ادامه در صفحه‌ی چهارم »	

www.alm.loxblog.com

www.alm.loxblog.com

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس : **حسابان**	رشته : **ریاضی فیزیک**	ساعت شروع : **۹ صبح**
سال سوم متوسطه		**تاریخ امتحان : ۱۳۸۹/۶/٤**
دانش آموزان و داوطلبان آزاد در دوره‌ی تابستانی (شهریور ماه) سال ۱۳۸۹		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۵	$f'(x,y)=-\dfrac{y^3+6xy-4}{3xy^2+3x^2}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow m_{\text{مماس}}=-\dfrac{3}{6}=-\dfrac{1}{2}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow m'_{\text{قائم}}=2$ (۰/۲۵) $y-1=-\dfrac{1}{2}(x-1)$ **(۰/۲۵) معادله مماس** $y-1=2(x-1)$ **(۰/۲۵) معادله قائم**	۱/۵
۱۶	 (۰/۲۵) $\int_{-3}^{1} f(x)\,dx=\int_{-3}^{-2} f(x)\,dx+\int_{-2}^{1} f(x)\,dx$ (۰/۲۵) $=-\dfrac{(2+3)\times 1}{2}-\dfrac{3\times 3}{2}=-7$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

مصحح گرامی با عرض خسته نباشید

برای راه حل های صحیح دیگر به تناسب نمره منظور فرمایید.

www.alm.loxblog.com